4. Simetría y formas simples de cristales minerales

La simetría rige al mundo de los cristales. Esto es una regularidad más general de las sustancias cristalinas. La simetría determina: 1) Las leyes de la distribución de los elementos estructurales en las redes cristalinas 2) La posición de las caras de los cristales en el espacio.

El conocimiento de los elementos de simetría permite establecer en los cristales las direcciones cristalográficas, a lo largo de las cuales se observan los valores máximos de las propiedades físicas (resistencia, conductividad eléctrica, calorífica, etc.) La simetría permite realizar el programa de las propiedades del uso práctico. Por eso la simetría es una propiedad más general de cualquier cuerpo cristalino y su investigación es una tarea más importante en la cristalografía.

La palabra griega "simetría", significa que existe regularidad en la posición de los objetos o sus partes aisladas en el espacio. Un objeto simétrico consiste de las partes iguales, que se repiten conforme a la ley en el espacio. Se dice que un cristal o un objeto tienen simetría si algún movimiento del cristal o alguna operación sobre el cristal lo deja en una posición indistinguible de su posición original. La cualidad simétrica de un cristal viene dada por la repetición regular de los elementos que lo limitan, es decir, las caras, aristas, vértices.

4.1. Elementos, Clases, Sistemas y Categorías de Simetría

Denominamos simetría a la particular regularidad que se observa en la disposición de los objetos o de sus partes en el plano o en el espacio. Si la figura tiene las partes iguales que pueden coincidir una con la otra se dice que la figura misma es simétrica. Las transformaciones que revelan la simetría de las figuras se llaman las operaciones de simetría. La forma geométrica que caracteriza una operación de simetría se denomina elemento de simetría. El lugar geométrico que ayuda a la visualización de la simetría de una distribución ordenada recibe el nombre de elemento de simetría.

En una investigación detallada la mayoría de los cristales mostrarán una regularidad o simetría de disposición de las caras y ángulos similares y verificando ciertas operaciones sobre ellos, las caras y ángulos iguales pueden hacerse coincidir. En la simetría de los grupos de puntos hay tres tipos de operaciones de simetría que pueden ser detectadas por la morfología externa (simetría de los poliedros cristalinos).

Estas son:

1. **REFLEXIÓN SOBRE UN PLANO**
2. **ROTACIÓN ALREDEDOR DE UN EJE**
3. **INVERSIÓN ALREDEDOR DE UN CENTRO.**

Los elementos de simetría puntual (la operación de simetría deja un punto particular del diagrama inmóvil), sin traslación, son el plano de simetría (P), el eje de rotación (L) y el centro de simetría (C) o centro de inversión.

Se conoce con el nombre de plano de simetría (P), al que divide el cristal en dos partes iguales de situación opuesta de modo que cada una es la imagen de la otra reflejada en un espejo. El plano de simetría, m, o de reflexión, refleja partes, o todos, idénticos del objeto a través de un plano (Fig. 4.1.).

En la rotación o giro la figura puede coincidir consigo mismo haciéndola girar cierto ángulo. El ángulo de giro debe ser como una fracción entera de 360°, el menor de ellos se denomina ángulo elemental. El orden de un eje de simetría n se relaciona con el ángulo elemental α según la siguiente ecuación: $n = 360º/\alpha$. El eje de simetría (L) es una línea recta del cristal que cuando éste gira alrededor de ella, un cierto ángulo, todas las caras, aristas y vértices

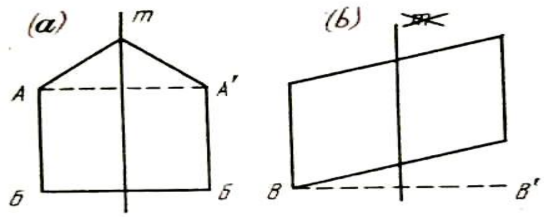

Figura 4.1. Figuras con (a) y sin (b) el plano de simetría (m).

coinciden exactamente con sus respectivas posiciones iniciales. Si esta coincidencia se produce dos, tres, cuatro, seis veces por cada vuelta completa (360º) del cristal, el eje de simetría se denomina respectivamente binario, ternario, cuaternario o senario. Estos ejes se representan correspondientemente por las letras L_2, L_3, L_4 y L_6 (Fig. 4.2; Tabla 4.1). El eje de rotación origina una rotación al objeto de 360º/n alrededor del eje (de derecha a izquierda).

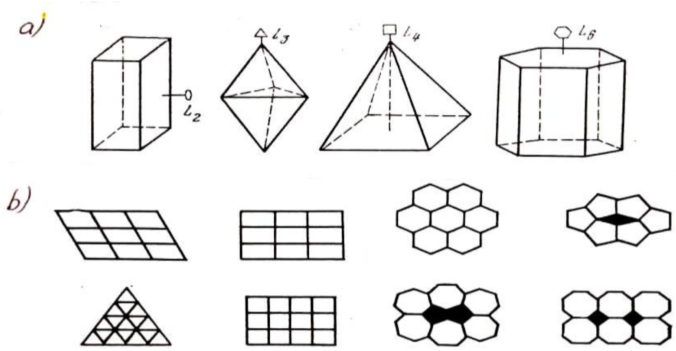

Figura 4.2. Poliedros (a) y figuras de plano (b) con diversos ejes de simetría.

Tabla 4.1. Indicación y característica de los ejes de simetría.

Eje de simetría	Indicación	Característica
Monario	L_1	**n=1** (360º/1=360º)
Binario	L_2	**n=2** (360º/2=180º)
Ternario	L_3	**n=3** (360º/3=120º)
Cuaternario	L_4	**n=4** (360º/4=90º)
Senario	L_6	**n=6** (360º/6=60º)

La **restricción cristalográfica** limita los giros permisibles a estos cinco para que su orden sea compatible con la existencia de redes. La imposibilidad de que en la red cristalina pueda haber ejes de quinto orden o de orden superior al sexto, se puede demostrar de la siguiente manera.

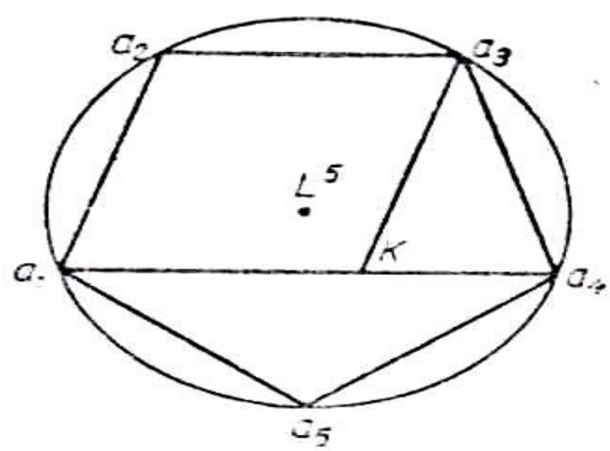

Figura 4.3. La imposibilidad de haber ejes de quinto orden.

Supongamos que en medio cristalino hay un eje de simetría de quinto orden $\mathbf{L_5}$ (Fig. 4.3). Tomemos el nudo de la red $\mathbf{a_1}$ más próximo al eje. Perpendicularmente al eje de simetría debe haber una red plana que contenga el punto $\mathbf{a_1}$. Efectuando la operación correspondiente para el eje de quinto orden, es decir, haciéndolo girar en un ángulo de 72°, encontraremos sucesivamente los puntos $\mathbf{a_2}$, $\mathbf{a_3}$, $\mathbf{a_4}$, $\mathbf{a_5}$. Uniendo lo puntos $\mathbf{a_1}$ y $\mathbf{a_4}$, obtenemos una recta paralela al lado $\mathbf{a_2a_3}$ del pentágono regular. Todas las filas paralelas de la red tienen iguales intervalos entre los nudos. Por lo tanto, si marcamos en la recta $\mathbf{a_1a_4}$ un segmento igual al lado $\mathbf{a_2a_3}$, debemos obtener dentro del pentágono el nudo **K**, que está más cerca de L5 que cualquiera de los puntos $\mathbf{a_1}$, $\mathbf{a_2}$, $\mathbf{a_3}$, etc. Así hemos llegado a una conclusión que contradice la condición establecida por nosotros de que el punto a1es el más próximo a $\mathbf{L_5}$. De esto se desprende que en un medio cristalino no puede haber ejes de quinto orden. Analógicamente se puede demostrar que n no puede ser mayor de 6.

Si el cristal posee varios ejes de simetría, su número viene dado por un coeficiente que se pone delante de la representación simbólica del eje del orden dado. Por ejemplo: 4 L_3 significa que el cristal tiene cuatro ejes ternarios de simetría. Existen también los ejes de simetría de inversión rotatoria. Este elemento de simetría compuesto combina una rotación alrededor de un eje con inversión sobre un centro. Ambas operaciones deben completarse antes de que se obtenga la nueva posición (Fig. 4.4).

En los cristales puede haber los siguientes ejes de inversión: L_{i1}, L_{i2}, L_{i3}, L_{i4}, L_{i6}. Hay que tener en cuenta que en este caso L_{i1}=C, L_{i2}=P, L_{i3} corresponde a la combinación de L_3 y C. De esta manera tenemos que solamente L_{i4} y L_{i6} tienen valor independiente. El eje L_{i4} coincide siempre con el eje L_2 en los cristales que no tienen el centro de inversión. El eje L_{i6} es igual a la operación siguiente $=L_3+\perp P$.

El centro de simetría (C), es el punto en el interior el cristal en que se cruzan y quedan divididas en segmentos iguales todas las líneas que unen los puntos correspondientes tomados en la superficie del cristal (Fig. 4.5). La inversión alrededor de un centro es una operación de simetría análoga a reflexión. La diferencia consiste en que la reflexión se produce en un plano especular mientras que la inversión es equivalente a la reflexión en un punto, centro de simetría que es el elemento de simetría de inversión. En el cristal que tiene C, a cada cara le corresponde otra igual, paralela e inversamente ubicada; por eso el centro de simetría se denomina también centro de inversión.

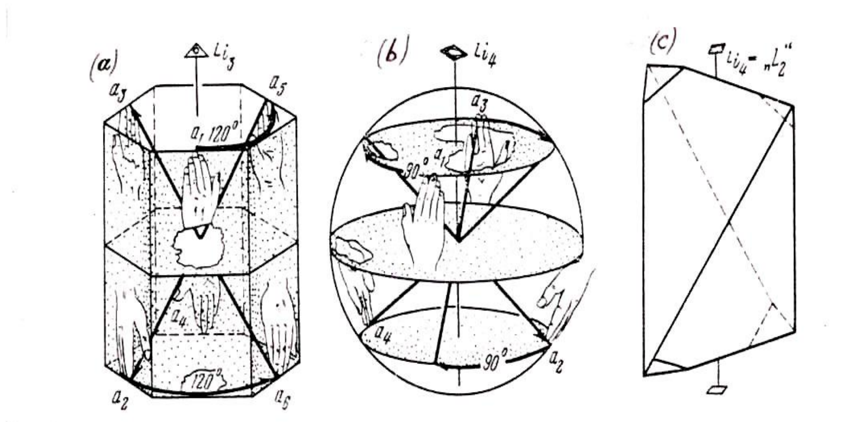

Figura 4.4. Eje de simetría de inversión rotatoria ternario (a) y cuaternario (b); poliedro con el eje L_{i4} (c)

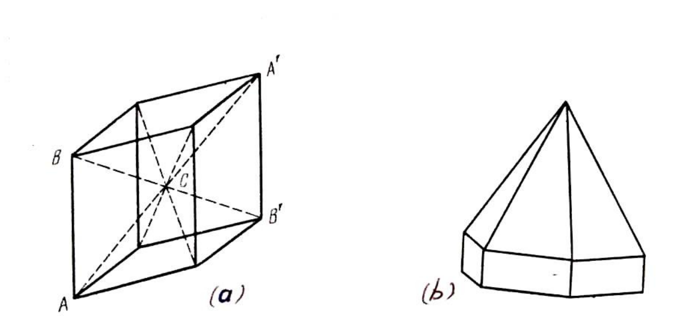

Figura 4.5. Centro de simetría C (a) y el poliedro que no lo tiene (b)

En suma, el eje, el plano, el eje de inversión rotatoria y el centro de simetría se conocen como elementos de simetría que componen 32 clases con diferentes formulas de simetría (Fig. 4.6).

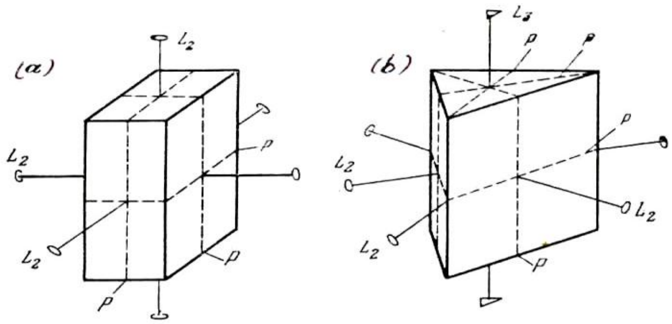

Figura 4.6. Poliedros con diferentes formulas de simetría.

El grupo de elementos de simetría exhibido por un poliedro cristalino, se llama la clase o la especie o la fórmula de simetría Así, utilizando las notaciones de los elementos de simetría un cristal cúbico se escribiría: $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$.

En el siglo pasado I. Hessel y A. Gadolín, demostraron que en la naturaleza existen 32 clases de simetría. En dependencia del grado de simetría (de la clase) de los cristales, se distinguen siete sistemas cristalinos: cúbico, hexagonal, trigonal, tetragonal, rómbico, monoclínico, triclínico (Tabla 4.2). La cantidad mínima de elementos de simetría necesaria para referir uno y otro cristal a un sistema es la siguiente (Tabla 4.3).

1. Al sistema cúbico pertenecen los cristales que poseen más de un eje de simetría cuaternario o ternario.

2. Al hexagonal, los que poseen un eje de simetría senario.

3. Al trigonal, los de un eje de simetría ternario.

4. Al tetragonal, los de un eje de simetría cuaternario.

5. Al rómbico, los que poseen más de un plano de simetría.

6. Al monoclínico, los de un eje de simetría binario o un plano de simetría.

7. Al triclínico pertenecen los cristales que no poseen elementos de simetría o tienen sólo un centro de simetría.

Los sistemas se unen en las categorías, las características de las cuales están en la Tabla 2.3.

En los cristales de la categoría superior, están ausentes las direcciones unidades y al mismo tiempo están presentes unas direcciones equivalentes simétricas, que coinciden con los ejes de simetría de orden ternario y cuaternario.

En estas direcciones, las propiedades de los cristales son iguales e isotrópicas. La forma externa de los cristales de esta categoría, es isométrica (cubo, octaedro, tetraedro).

Los cristales de la categoría media, solo tienen una dirección o unidad que coincide con un eje principal y correspondiente (L_3, L_4, L_6).

En los cristales de este tipo, la anizotropía de las propiedades físicas es más fuerte que en los cristales de la categoría superior. Los cristales de esta categoría no son isométricos (prismas, pirámides, bipirámides, etc.).

Los cristales de la categoría inferior tiene unas direcciones unidades y por eso la anizotropía de estos cristales es lo más fuerte. La forma externa es lo menos simétrico.

Tabla 4.2. Nomenclatura y notaciones simbólicas de las 32 clases de simetría.

Categoría	**Sistema**	**Clase**	**Formula cristalográfica Gadolin**	**Formula cristalográfica Hermann Mauguin**
Inferior	Triclínico	Primitiva	Sin simetría	1
		Central	C	$\bar{1}$
	Monoclínico	Axial	L_2	2
		Planal	P	m
		Planaxial	L_2PC	2/m
	Rómbico	Axial	$3L_2$	222
		Planal	L_22P	mm2
		Planaxial	$3L_23PC$	2/m2/m2/m
Mediana	Trigonal	Primitiva	L_3	3
		Central	$L_3C=L_{i3}$	$\bar{3}$
		Axial	L_33L_2	32
		Planal	L_33P	3m
		Planaxial	L_33L_23PC	$\bar{3}2/m$
	Tetragonal	Primitiva	L_4	4
		Giroidal primitiva	$L_{i4}=L_2$	$\bar{4}$
		Central	L_4PC	4/m
		Axial	L_44L_2	422
		Planal	L_44P	4mm
		Giroidal planal	$L_{i4}2L_22P=3L_22P$	42m
		Planaxial	L_44L_25PC	4/m2/m2/m
	Hexagonal	Primitiva	L_6	6
		Giroidal prim.	$L_{i6}=L_3P$	$\bar{6}$

		Central	L_6PC	6/m
		Axial	L_66L_2	622
		Plana	L_66P	6mm
		Giroidal planal	$L_{i6}3L_23P=L_33L_24P$	6m2
		Planaxial	L_66L_27PC	6/m2/m2/m
Superior	Cúbico	Primitiva	$4L_33L_2$	23
		Central	$4L_33L_23PC$	$2/m\ \bar{3}$
		Axial	$4L_33L_46L_2$	$\bar{4}32$
		Planal	$4L_33L_{i4}6P$	43m
		Planaxial	$3L_44L_36L_29PC$	$4/m\ \bar{3}2/m$

Tabla 4.3. Característica de los sistemas y categorías por los elementos de simetría

Categoría	Sistema	Cantidad mínima de elementos de simetría necesaria
	Triclínico	No hay
	Monoclínico	Un eje de simetría binario (L_2) o un plano de simetría (P)
	Rómbico	Más de un eje de simetría binario (nL_2) o más de un plano de simetría (nP)
Inferior		No hay L_n o L_{in} donde n>2
	Trigonal	Un eje de simetría ternario (L_3)
	Tetragonal	Un eje de simetría cuaternario (L_4)
	Hexagonal	Un eje de simetría senario (L_6)
Mediana		Un eje L_n o L_{in} donde n>2
	Cúbico	Más de un eje de simetría cuaternario o ternario ($4L_3$)
Superior		Más de un eje L_n donde n>2

4.2. Formas simples (cristalinas) y sus combinaciones

Los cristales tanto naturales como artificiales, forman poliedros de distinta forma que poseen diversos grados de simetría. Cada cristal posee un conjunto determinado de los elementos de simetría. Al mismo tiempo, son conocidos los cristales que tienen las formas externas diferentes, pero con el mismo conjunto de los elementos de simetría (por ejemplo, el cubo y el octaedro tienen la misma fórmula de simetría: $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$).

Por eso, la descripción de los cristales se usa el concepto la forma simple un grupo de caras cristalinos todas las cuales tienen la misma relación con los elementos de simetría y exhiben las mismas propiedades físicas y químicas tomando consecutivamente la combinación de los elementos de simetría de las 32 clases y haciendo las operaciones simétricas correspondientes, se puede deducir todas las formas simples posibles de los cristales poliédricos.

La combinación es la unión de varias formas simples. El número de formas simples que entran en una combinación determinada, puede establecerse por el número de caras diferentes del poliedro.

Si un grupo de caras constituyen una forma y puesto que encierran espacio, se denominan una forma cerrada. Las caras de las formas abiertas no encierran el espacio. Un cristal exhibe usualmente varias formas combinadas, pero puede tener sólo una, supuesto que se trata de una forma cerrada. Puesto que cualquier combinación de formas debe encerrar espacio, es necesario un mínimo de dos formas abiertas. Las dos pueden existir por sí mismas o estar en combinaciones con formas cerradas u otras formas abiertas.

En conjunto hay 47 tipos diferentes de formas cristalinas de los poliedros que pueden distinguirse por las relaciones angulares de sus caras. En los sistemas **de simetría inferior** son posibles las siguientes formas simples (Fig. 4.7):

a) Monoedro (Pedión): forma que comprende una sola cara.

b) Pinacoide: forma formada por dos caras paralelas.

c, d) Domo: dos caras no paralelas, simétricas con relación a un plano de simetría.

e) Prisma rómbico: 4 caras que son paralelas al uno de los ejes binarios; el corte es el rombo.

f) Biesfenoide (tetraedro rómbico). Forma de cuatro caras en la que las dos caras del esferoide superior alternan con las dos caras del esferoide inferior.

g) Pirámide rómbica: forma compuesta de 4 caras no paralelas entre sí que se cortan en un punto.

h) Bipirámide rómbica. Forma cerrada de 8 caras que puede considerarse como formada por reflexión de una pirámide mediante un plano de simetría horizontal.

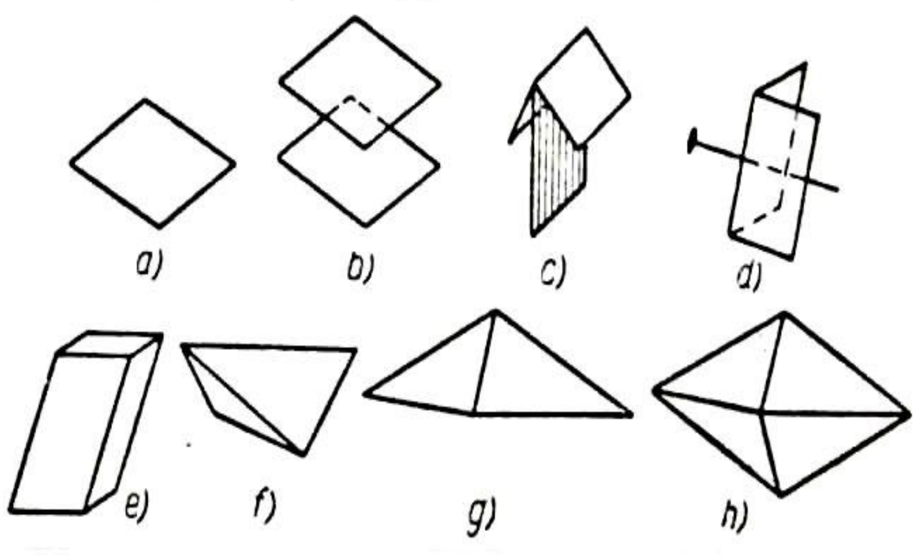

Figura 4.7. Formas simples de los sistemas de simetría inferior

Entre las formas simples de los sistemas **de simetría mediana,** encontramos mucha mayor variedad en lo que se refiere al aspecto exterior y número de caras que constituyen la forma simple. Entre ellas fueron establecidas: monoedro (pedion), pinacoide, Prismas (trigonal, tetragonal, hexagonal, bitrigonal, bitetragonal, bihexagonal): forma compuesta de 3, 4, 6, 8 o 12 caras, todas ellas paralelas al eje principal; el corte corresponde al tipo de prisma.

Pirámide: formas compuestas de 3, 4, 6, 8 o 12 caras no paralelas entre sí que se cortan en un punto del eje principal.

Bipirámide: formas cerradas de 6, 8, 12, 16 o 24 caras.

Romboedro: una forma cerrada de 6 caras idénticas. Difiere del cubo en que las aristas de intersección de las caras no son normales entre sí. Se encuentran solo en la clase Planaxial del sistema Trigonal.

Tetraedro tetragonal (biesfenoide). Forma cerrada de 4 caras triangulares isósceles, que cortan a los tres ejes cristalográficos, con intersecciones iguales en los dos ejes horizontales.

Escalenoedro. Forma cerrada de 8 (tetragonal) o 12 (hexagonal) caras en triángulos escalenos, con las caras agrupadas en pares simétricos. En las formas de 8 caras aparecen dos pares de caras arriba y dos pares abajo, en posición alterna. En las formas de 12 caras, tres pares de caras arriba y tres pares abajo, en posición alterna.

Trapezoedro. Forma cerrada de 6, 8, 12 (trigonal, tetragonal, hexagonal) caras en trapezoides, con 3, 4 o 6 caras superiores giradas con respecto de las 3, 4 o 6 caras inferiores (Fig. 4.8). En total, en sistemas de mediana simetría hay 25 formas simples.

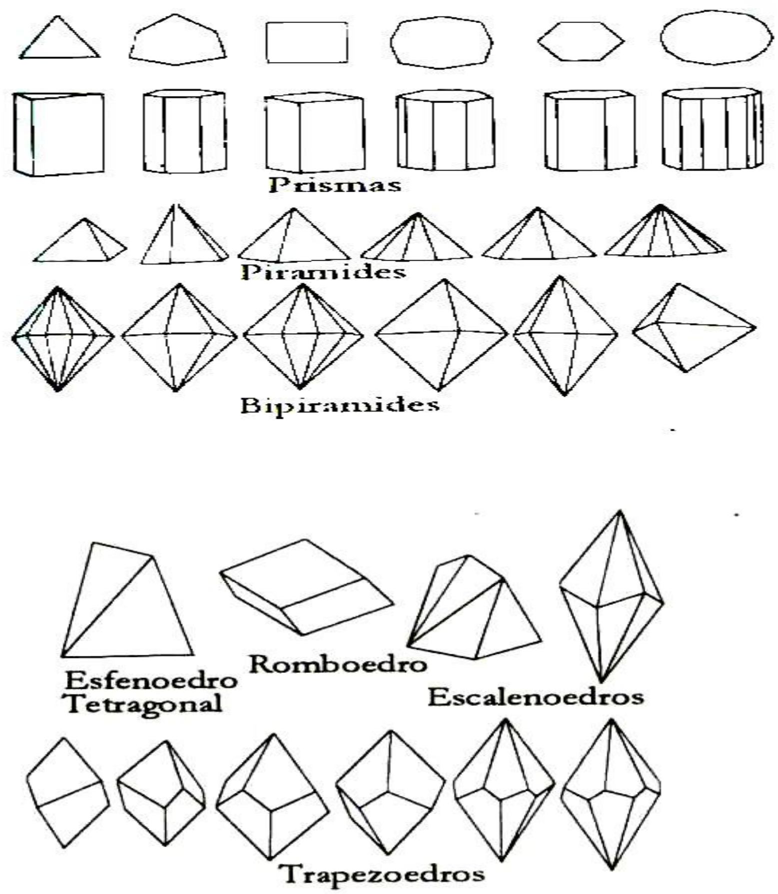

Figura 4.8. Formas simples de los sistemas de simetría mediana

Por fin, son conocidas 15 formas simples del sistema cúbico (Fig. 4.9). Son más difundidas las formas siguientes: tetraedro, cubo (hexaedro), octaedro, dodecaedro pentagonal, trapezoedro (triaquisoctaedro tetragonal). La última forma es la forma derivada del octaedro, en que hay de triple número de caras que tienen la forma de tetrágonos.

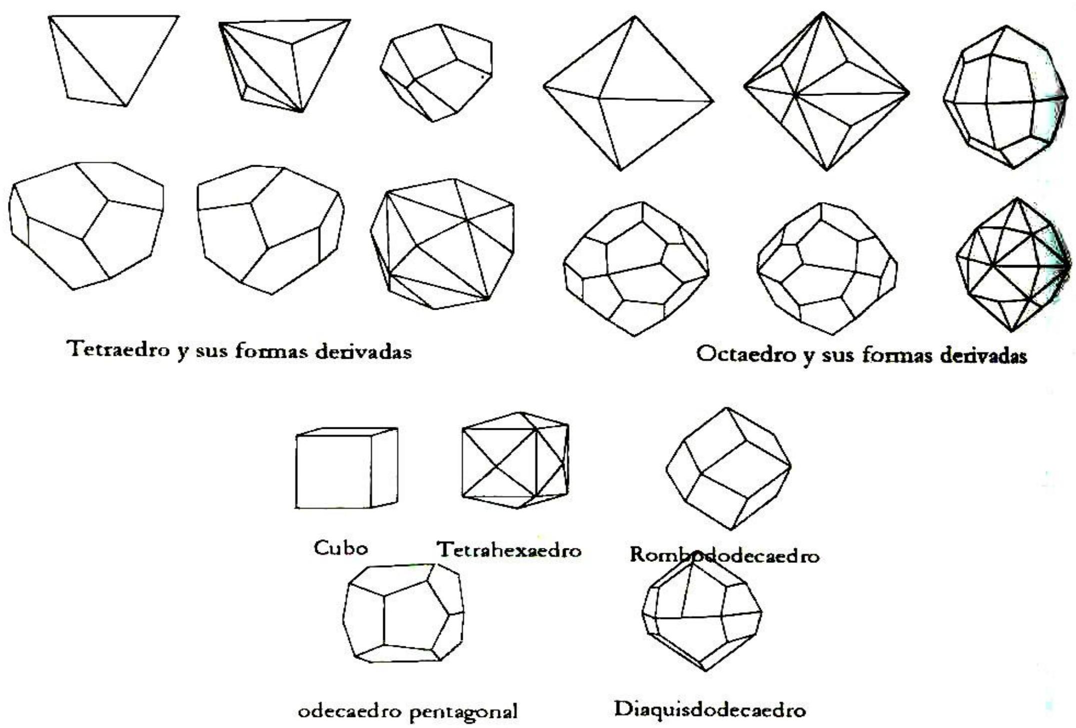

Figura 4.9. Formas simples del sistema cúbico

Formas simples de simetría superior (cúbico).

Tetraedro es una forma integrada por 4 caras triangulares equiláteras. Se puede considerar como derivado del octaedro por la omisión de las caras alternantes y por la extensión de las restantes.

Las formas derivadas del tetraedro se componen de 12 (a, b, y c) y 48 (d) caras y son las siguientes: a) triaquistetraedro (trigontritetraedro) – triple número de caras en cada cara de tetraedro en forma de tríangulos, b) dodecaedro deltoidal (tetragontritetraedro) – triple número de caras en cada cara de tetraedro en forma de trapezoedros, c) tetartoedro (pentagontritetraedro) –

triple número de caras en cada cara de tetraedro en forma de pentágonos, d) hexaquistetraedro – 6 caras complementarias en cada cara de tetraedro en forma de triángulos.

Cubo es una forma constituida por 6 caras cuadradas que forman ángulos de 90º entre sí.

Tetrahexaedro es una forma limitada por caras constituidas por cuadrados regulares entre sí, cada una de las cuales aloja 4 caras triángulares.

Octaedro en una forma compuesta por 8 caras triangulares equiláteras, cada una corta por igual los 3 ejes cristalográficos.

Las formas derivadas del octaedro se componen de 24 (a, b y c) y 48 (d) caras: a) triaquisoctaedro (trigontrioctaaedro) – triple número de caras en cada cara de octaedro en forma de tríangulos isósceles, b) trapezoedro o triaquisoctaedro tetragonal (tetragontritoctaedro) – triple número de caras en cada cara de octaedro en forma de trapezoedros, c) giroedro (pentagontrioctaedro) – triple número de caras en cada cara de octaedro en forma de pentágonos, d) hexaquisoctaedro – 6 caras complementarias en cada cara de octaedro en forma de triángulos.

Rombododecaedro es una forma compuesta de 12 caras con forma de rombo.

Dodecaedro pentagonal (pentagondodecaedro) consta de 12 caras pentagonales.

Diploedro (dodecaedro) – puede representarse construyendo dos caras en cada cara del dodecaedro pentagonal.

Aunque se utiliza habitualmente el término "forma" para designar el aspecto externo de un cristal, lo apropiado es designar la forma externa (generalmente mal formada y defectuosa) con la palabra "hábito", y utilizar "forma" como un grupo ideal de caras cristalinas todas las cuales tienen la misma relación con los elementos de simetría y exhiben las mismas posibilidades físicas y químicas.

Como para constituir una forma cristalina únicamente necesitamos caras equivalentes por simetría, las formas pueden ser cerradas o abiertas, según limiten un espacio cristalino o no.

Combinaciones de las formas simples.

Se ha mencionado anteriormente que la combinación es la unión de varias formas simples. Veamos el orden a seguir en el análisis de las formas simples:

1. Se determinan los elementos de simetría de un cristal y con ello se halla la clase de simetría;

2. Se determina el número de formas simples que integran la combinación y la cantidad de caras de cada forma;

3. Se compara un cristal con las formas simples de la clase de simetría considerada y se establece la denominación de las diversas formas simples que integran la combinación; en este caso se tiene en cuenta el número de caras y su posición respecto a los elementos de simetría.

De ningún modo debe basarse en la forma de las caras ya que en las combinaciones las caras pueden tener un aspecto completamente diferente del que tienen en la forma simple pura. Así, por ejemplo, las caras del cubo pueden ser no cuadrados; las del tetraedro, triángulos equiláteros; las del romboedro; rombos, etc.

4.3. Leyes de la cristalografía geométrica

La ley fundamental de la Cristalografía, fue establecida por el danés Nicolás Steno, en el año de 1669; los ángulos entre las caras correspondientes de los cristales de un mineral particular o de los cristales de una misma sustancia son constantes, independientemente del tamaño o la forma del cristal (Fig. 4.10).

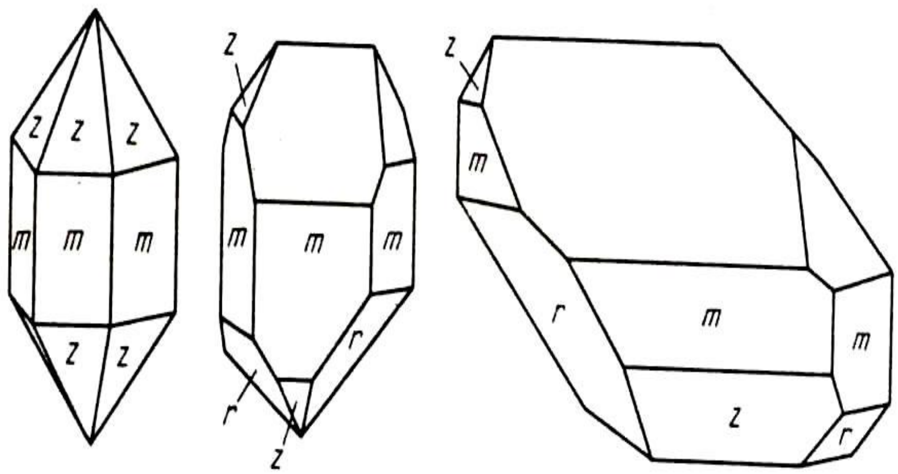

Figura 4.10. Tres cristales de cuarzo con diferente desarrollo de las caras correspondientes (ley de la constancia de los ángulos diedros).

La veracidad de la Ley de la constancia de los ángulos diedros para los cristales de todas las sustancias la estableció el científico francés Romé Delisle, mucho después, en 1783.

A la formación citada de la ley, hay que añadirle que la constancia de los ángulos diedros tiene lugar a las mismas condiciones de temperatura y presión.

De lo dicho se deduce la gran importancia que tienen los ángulos del cristal, o sea, la inclinación de unas caras respecto a otras. Por eso, es natural que una de las primeras tareas en el estudio de la forma exterior del cristal sea medir los ángulos diedros de las caras.

Estos ángulos son característicos para las sustancias determinadas, que permite determinarlos comparando con los ángulos de los cristales conocidos (método de Evgraf Fedorov). Para la medición de los ángulos se utilizan los aparatos especiales, que se llaman goniómetros (en este caso hay que tener los cristales con las caras buenas). Últimamente se usan los métodos difractométricos, que permiten determinar los ángulos entre las caras para los individuos cristalinos que no tienen la buena forma externa.

Para representar los cristales y sus características principales (caras, aristas, vértices, ángulos, etc.) se usan las diferentes clases de proyecciones: esféricas, estereográficas, gnomoestereográficas, etc.

LEY DE RACIONALIDAD (Ley de la racionalización de los coeficientes paramétricos o ley de los números enteros)

El cristalógrafo francés R. Haüy, en el año 1784; descubrió la ley de la racionalización de los coeficientes paramétricos. Según esta ley, la posición en el espacio de cualquier cara del cristal puede determinarse por tres números enteros, si como ejes de coordenadas se tomaron tres aristas del cristal y por unidad de longitud, los segmentos en que la cara elegida como unidad (cara fundamental), corta a estos ejes. Los coeficientes entre los parámetros determinados por una cara, tomada como fundamental, y los de otra cara cualquiera, son números racionales y sencillos (Fig. 4.11).

Las caras P_1, P_2, P_3 y P'_1, P'_2, P'_3 cortan los ejes en ciertos segmentos: la primera, en OP_1, OP_2, OP_3; la segunda en OP'_1, OP'_2, OP'_3. Estos segmentos se conocen como parámetros lineales de la cara. Dividiendo los parámetros de una cara por los parámetros de otra, tenemos:

$$\mathbf{OP_1/OP'_1 : OP_2/OP'_2 : OP_3/OP'_3 = p : q : r}$$

Donde **p, q, r,** son números enteros y sencillos por lo tanto esta ley permite caracterizar las caras con la ayuda de los números enteros y sencillos. Para eso los parámetros lineales en que la cara unidad corta los ejes, se denominan unidades paramétricas o parámetros fundamentales y tienen una notación constante (**a,b,c**). Entonces los parámetros de la cara cualquiera son **ma, nb,**

pc.

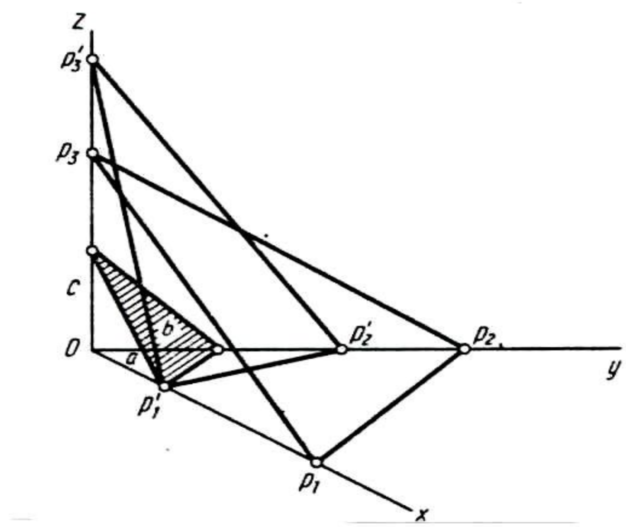

Figura 4.11. Si tomamos como ejes coordenadas (I,II,III o X,Y,Z) las aristas posibles, que se cortan en un punto O, cualquier cara del cristal cortará uno, dos o las tres ejes. Los ejes cristalográficos están siempre referidas en el orden siguiente: X – Frente positivo, a - X Atrás (negativo); Y - Derecha (positivo) a - Y Izquierda (negativo); Z – Arriba (positivo) a - Z Abajo (negativo); Cara unidad tiene parámetros lineales a,b,c.

Los coeficientes dobles paramétricos de los parámetros entre éstas caras, son: **a/ma:b/nb:c/pc = 1/m:1/n:1/p =h:k:l, donde hkl - los números enteros y sencillos.** Los últimos juntos se llaman **símbolos de Miller** de una cara **(hkl)**; es una combinación (de 3 o de 4 números) que define su posición espacial. Recibe el nombre de índice cada uno de los números de esa combinación. Estos índices se llaman **los índices de Miller.**

El símbolo de Miller se generalizan (hkl), mientras que la cara unidad (fundamental) siempre tiene el símbolo (111). La posición de cualquier cara puede describirse estableciendo las relaciones de intercepción con los signos positivos o negativos de los ejes cristalográficos (Fig. 4.12).

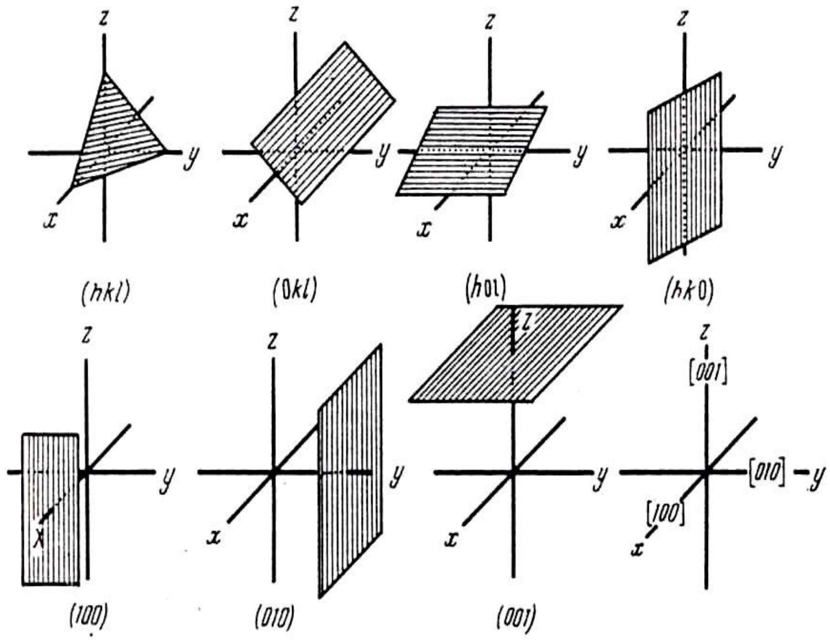

Figura 4.12. Índices de Miller de las caras con diferente posición espacial.

En el sistema de Miller hay que tener en cuenta tres aspectos:

- Dado que los ejes se refieren siempre al mismo orden X, Y y Z se omiten los nombres de los ejes.

- Los recíprocos de las intercepciones se usan de modo que 1/2 lleguen a ser 1.

- Todas las fracciones están redondeadas a números enteros (positivos o negativos), más pequeños posibles, es decir no tienen factor o denominador común.

Por ejemplo: se considera una cara del cristal con las relaciones de intercepción, que son 1a, 2b, 2c, donde (abc) son las unidades paramétricas de la cara unidad con el símbolo (111). Las recíprocas son 1, 1/2, 1/2. Cuando las fracciones están redondeadas a números enteros, los índices de Miller de cara son (211). Obsérvese que en los índices de Miller la interrupción mayor de una cara es 1, mientras que 2, 3, 4 etc., indican intercepciones de la intercepción menor (Fig. 4.13). Una cara paralela a un eje cristalográfico se dice que tiene su intercepción en el infinito y el recíproco de éste es 0 (cero). Puesto que la cara frontal del cubo es paralela a los ejes Y y Z (ver Figura 4.14), los índices de Miller de esta cara son (100). Otras caras del cubo tienen los índices siguientes: (010); (001); ($\bar{1}$00); (0$\bar{1}$0);(00$\bar{1}$).

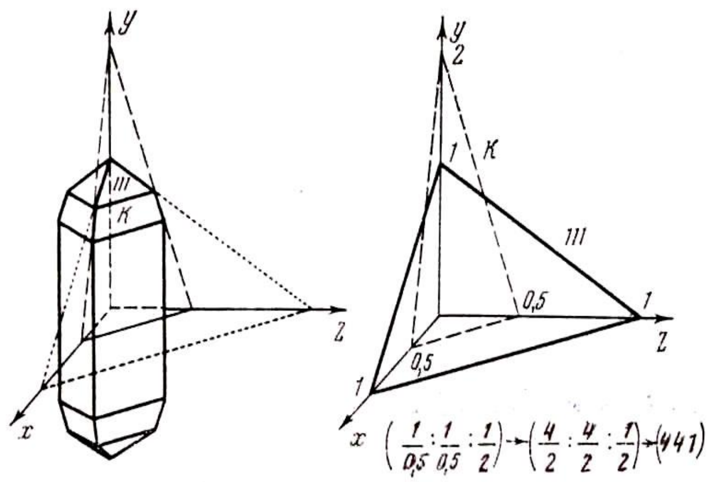

Figura 4.13. Principio de la determinación de los índices de Miller.

Para la característica completa del cristal es necesario establecer la posición mutua de sus caras en el espacio. Para eso se usan los símbolos cristalográficos que determinan la posición de cualquier cara relativamente de los ejes cristalográficos y una cara, que fue recibida como la cara unidad (fundamental). La elección de tres ejes coordinados (X,Y,Z) y de una de las caras como unidad (fundamental) se denomina orientación del cristal. Las reglas de orientación se dan en la Tabla 4.10 y en las Figuras 4.15 y 4.16.

Ejes cristalográficos. Se ha encontrado conveniente al describir los cristales suponer, según los métodos de la geometría analítica, que ciertas líneas pasan a través del cristal como ejes de referencia. Estas líneas imaginarias, los ejes cristalográficos, se toman paralelos a las aristas de intersección de las caras cristalinas principales. Además, las posiciones de los ejes cristalográficos vienen más o menos fijadas por la simetría de los cristales pues en la mayor parte de los cristales son ejes de simetría o normales a los planos de simetría. En el caso ideal deben ser paralelos y sus longitudes proporcionales a las aristas de la celda unidad. Todos los cristales con excepción de los que pertenecen al sistema hexagonal y al sistema trigonal se refieren a tres ejes cristalográficos designados como **a, b** y **c (**$\mathbf{a_1, a_2, a_3}$ **o x, y, z)**.

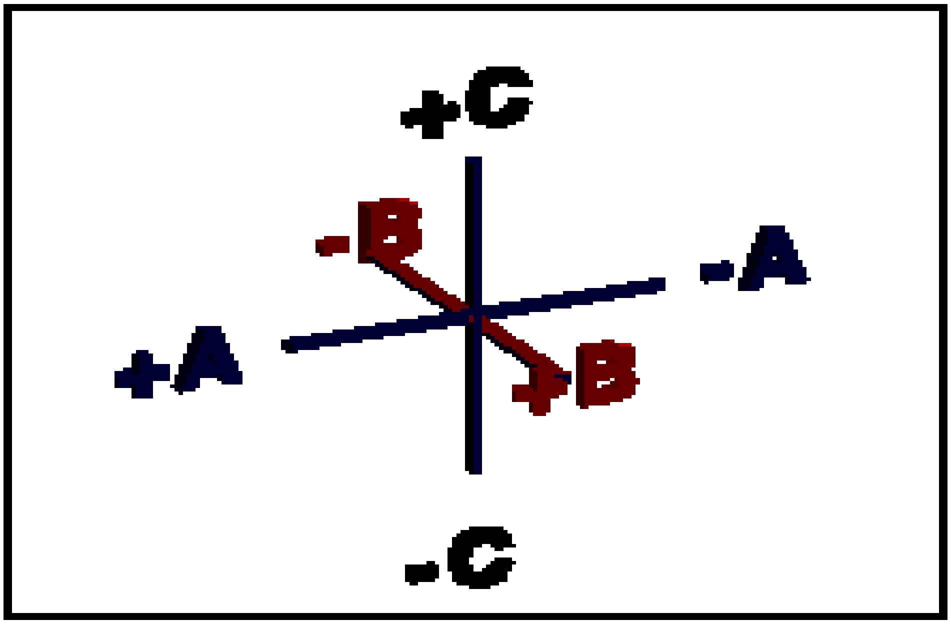

Figura 4.14. Ejes cristalográficos en el sistema rómbico (A, B, C).

En el caso general todos los ejes tienen diferentes longitudes y son oblicuos entre sí; son mutuamente perpendiculares y cuando se colocan en la orientación normal son como sigue (Fig. 4.14): el eje **a** es horizontal y está en posición de delante-atrás; el eje **b** es horizontal y está en posición derecha-izquierda; el eje **c** es vertical. Los extremos de cada eje se designan más o menos (+ o -); el extremo frontal de **a**, el extremo derecho de **b** y el extremo superior de **c** son positivos; los extremos opuestos son negativos.

Sistemas cristalinos. Algunas de las 32 clases de simetría arriba citadas tienen características simétricas comunes, lo cual permite su agrupación en sistemas cristalinos. A continuación se citan los siete sistemas cristalinos con los ejes cristalográficos y la simetría característica de cada uno (Fig. 4.15).

Sistema cúbico. Los cristales en este sistema tienen cuatro ejes de simetría ternarios y se refieren a tres ejes mutuamente perpendiculares (cuaternarios o binarios) de igual longitud que se toman como los ejes cristalográficos. La cara fundamental en el sistema cúbico corta a los tres ejes en segmentos iguales lo que corresponde a dos formas simples: tetraedro y octaedro.

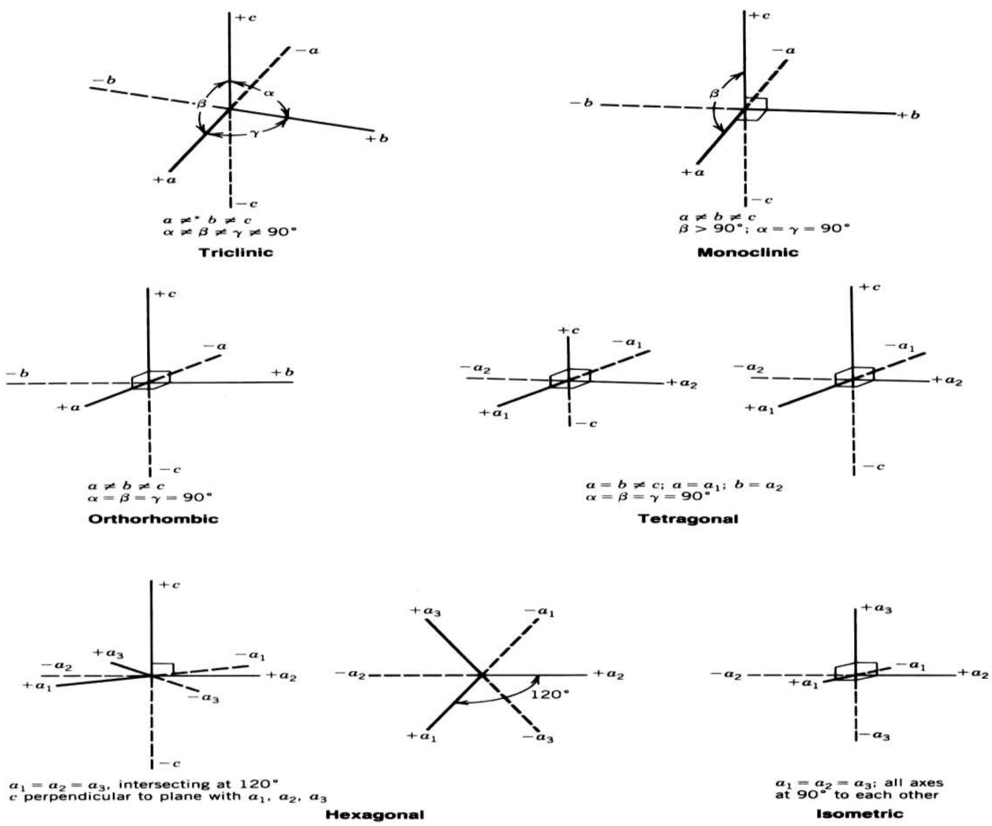

Figura 4.15. Ejes cristalográficos en diferentes sistemas

Sistema hexagonal y sistema trigonal. Todos los cristales de estos sistemas tienen un eje de simetría ternario o senario. Se toman cuatro ejes cristalográficos: tres ejes horizontales, iguales entre sí, que se cortan en ángulos 120°, siendo el cuarto de longitud diferente a aquellos y perpendicular al plano de los otros tres. Como eje vertical se toma el único eje de orden superior de cada clase de simetría. Para los ejes restantes, se toman los tres ejes binarios y, si no los hay, las normales a los planos verticales de simetría o las direcciones correspondientes de tres aristas. Al orientar el cristal según los cuatro ejes, la cara fundamental no tiene un símbolo (111). En estos sistemas $a=b\neq c$, $\alpha=\beta=90°$ y $\gamma=120°$, y los tres ejes cristalográficos están en el mismo plano, la cara fundamental no puede cortar a estos tres ejes a la misma distancia del origen de coordenadas. Los segmentos cortados pueden ser iguales bien en dos ejes consecutivos, por ejemplo I y III, bien en dos alternos, por ejemplo, en los ejes I y II. En el primer caso, la cara fundamental es paralela al segundo eje horizontal y su símbolo será $(10\bar{1}0)$; en el segundo caso cortará al tercer eje III a una distancia dos veces menor, es decir, su símbolo será $(11\bar{2}1)$. Sería importante subrayar una regla muy importante para esta orientación: la suma de los índices según los ejes horizontales siempre es igual a cero, es decir, $h+k+l=0$. Las caras fundamentales pertenecen muy a menudo a varias formas simples: pirámides, bipírámides, romboedros.

Sistema tetragonal. Los cristales del sistema tetragonal tienen un único eje de simetría cuaternario. Además, en la mayoría de las clases de simetría, hay ejes binarios, perpendiculares al cuaternario, y planos de simetría que pasan por éste. El eje de orden superior siempre se toma como eje vertical y dos ejes binarios perpendiculares al primero, como ejes I y II. Si no hay ejes binarios, se sustituyen por las normales a dos planos perpendiculares entre sí que se corten según el eje III. Si no hay tales planos, como ejes I y II se toman las direcciones de dos aristas perpendiculares entre sí y el eje cuaternario, observando la regla de que $\alpha=\beta=\gamma=90°$. Los cristales se refieren a tres ejes perpendiculares entre sí; siendo de igual longitud los dos horizontales, pero el eje vertical es de longitud diferente de los otros dos. Tomando en cuenta que para el sistema tetragonal $a=b\neq c$, la proyección de la cara fundamental debe estar en la bisectriz del ángulo formado por los ejes I y II, es decir, del γ. Se ha establecido elegir la cara cuya proyección esté más cerca del lugar correspondiente a (111) del sistema tetragonal (por ejemplo, bipirámide, pirámide o tetraedro tetragonal).

Sistema rómbico. Los cristales en este sistema tienen tres elementos de simetría binarios, es decir, planos de simetría o ejes de simetría binarios. Se refieren a tres ejes mutuamente perpendiculares todos de distinta longitud. En dos clases de simetría existen tres ejes binarios los cuales se toman como los ejes cristalográficos. En la tercera clase ($L_2$2P), el eje binario se toma como eje vertical (III), y las normales a los 2P son respectivamente dos ejes horizontales (I y II). Como cara fundamental se toma la oblicua cuya proyección caiga lo más cerca posible del centro del triángulo esférico formado en la proyección por los tres puntos de salida de los ejes cristalográficos (pirámide, bipirámide o tetraedro rómbico).

Sistema monoclínico. Los cristales del sistema monoclínicos se caracterizan por poseer un eje binario o un plano de simetría, o la combinación de un eje binario y un plano. Los cristales se refieren a tres ejes desiguales, dos de los cuales se cortan según un ángulo oblicuo y el tercero es perpendicular al plano de los otros dos. El eje binario o la normal al plano de simetría siempre se toma como eje horizontal II. Para los otros dos ejes cristalográficos se toman las direcciones de las aristas de dos zonas. Estas direcciones se eligen de manera que se cumpla la condición $\alpha=\gamma=90°$, $\beta\neq90°$. Por cara fundamental se elige la que tiene el polo lo más cerca posible del triángulo esférico I-II-III (prisma rómbico o domo).

Sistema triclínico. Los cristales en el sistema triclínico tienen un eje monario como única simetría. Esta puede ser un eje giratorio sencillo o un eje monario de inversión. Los cristales se refieren a tres ejes desiguales, todos ellos de intersección oblicua entre sí. Como ejes cristalográficos se toman las direcciones de las aristas de tres zonas observando la condición de que los ángulos oblicuos α, β, y γ, siendo desiguales, se aproximen los más posible al ángulo recto. La cara fundamental (pinacoide o monoedro) corta a los ejes en segmentos desiguales.

Tabla 4.10. Orientación de los cristales

Sistemas y constantes geométricas	**Formula de simetría**	**Orientación**
Cúbico a=b=c; α=β=γ=90° (se calcula una constante **a**)	$3L_{4}4L_{3}6L_{2}9PC$ $3L_{4}4L_{3}6L_{2}$ $4L_{3}3L_{2}6P$ $4L_{3}3L_{2}3PC$ $4L_{3}3L_{2}$	X,Y y Z – $3L_{4}$ X.Y y Z – $3L_{4}$ X,Y y Z – $3L_{2}$
Tetragonal a=b≠c; α=β=γ=90° (hay que calcular dos constantes: **a** y **c**)	$L_{4}4L_{2}5PC$ $L_{4}4L_{2}$ $L_{4}4P$ $L_{4}PC$ L_{4} $L_{i4}2L_{2}2P$ L_{i4}	Z-L_{4} X e Y – $2L_{2}$ Z-L_{4} X y Y son perpendiculares a 2P Z-L_{4} X e Y son direcciones de dos aristas perpendiculares a L_{4} Z-L_{i4} X e Y – $2L_{2}$ Z-L_{i4} X e Y son las direcciones de dos aristas perpendiculares a L_{i4}
Rómbico a≠b≠c; α=β=γ=90° Hay que calcular tres constantes **a**, **b** y **c**	$3L_{2}3PC$ $3L_{2}$ $L_{2}2P$	X, Y y Z – $3L_{2}$ Z-L_{2}, X e Y son perpendiculares a 2 P
Monoclínico a≠b≠c y β (α=γ=90≠β) (se calculan cuatro constantes: **a**,**b**, **c** y β)	L_{2} $L_{2}PC$ P	Y-L_{2} X y Z son las direcciones de dos aristas perpendiculares a L_{2} Y es perpendicular a P; X y Z son las direcciones de dos aristas perpendiculares a Y
Triclínico a≠b≠c α≠β≠γ≠90° (se calculan todas las constantes)	C -	X, Y y Z son las direcciones de las aristas de tres zonas
Hexagonal	$L_{6}6L_{2}7PC$	Z-L_{6}, X,Y y U -$3L_{2}$

$a=b\neq c$; $\alpha=\beta=90$, $\gamma=120°$ Hay que calcular dos constantes: **a** y **c**	$L_6 6L_2$ $L_6 6P$ L_6PC L_6 $L_{i6}3L_23P$ L_{i6}	 Z-L_6; X, Y y U son perpendiculares a 3P Z-L_6, X,Y y U son las direcciones de tres aristas perpendiculares a L_6 Z-L_{i6} (L_3), X,Y y U -3L_2 Z-L_{i6}(L_3), X,Y y U son las direcciones de tres aristas perpendiculares a Li6 (L3)
Trigonal $a=b\neq c$; $\alpha=\beta=90$, $\gamma=120°$ Hay que calcular dos constantes: **a** y **c**	L_33L_23PC L_33L_2 L_33P L_3C (L_{i3}) L_3	Z-L_3, X,Y y U -3L_2 Z-L_3, X,Y y Z son perpendiculares a los 3P o paralelos a los 3P y perpendiculares a L_3 Z-L_3 o L_{i3}, X,Y y Z son las direcciones de tres aristas perpendiculares a L_3 o L_{i3}

Observación. El sistema hexagonal y el sistema trigonal se orientan según 4 ejes. El orden de los índices es siguiente: el 1°, 2° y 3° según los ejes X,Y y U, y el 4° según el eje Z.

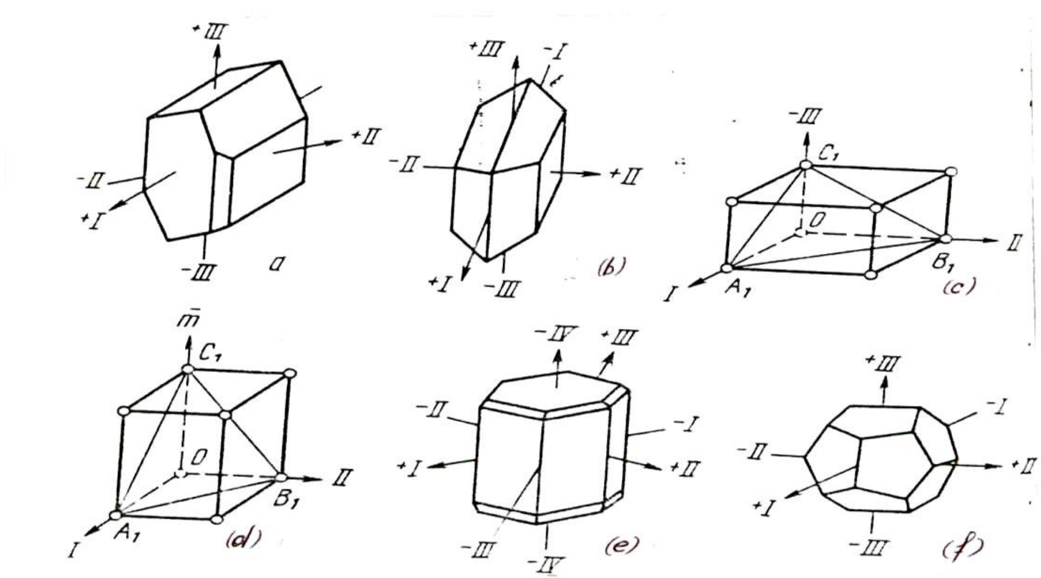

Figura 4.16. Orientación de cristales en diferentes sistemas: triclínico (a), monoclínico (b), rómbico c, tetragonal (d), hexagonal (e), cúbico (f).

Ejemplos Prácticos: Índices de Miller

Para seleccionar la cruz axial de una figura cristalina se pueden seguir, dependiendo de los casos, los siguientes caminos:

Situarla paralela a aristas reales (o figuradas) del cristal, que se corten en un vértice real (o figurado);

Situarla coincidente con los elementos de simetría más importantes del cristal (generalmente coinciden con los ejes de simetría o con las normales a los planos de simetría.

La intersección de las caras cristalinas con estos ejes cristalográficos determina la notación de las caras cristalinas. La notación más universalmente conocida es la de los **Índices de Miller** (igualmente aplicada para cualquier plano cristalino) que consiste en una serie de números enteros que han sido deducidos de las intersecciones por su inversión y, si es necesario, la subsiguiente reducción de fracciones (Fig. 4.12).

Para obtener los índices de Miller a través de los interceptos se deberán según los siguientes pasos:

1. Primer paso – determinar los interceptos,
2. Segundo paso – obtener el recíproco de ese número o relacionar con una cara unidad que siempre se caracteriza por el símbolo (111),
3. Tercer paso – buscar los números enteros más pequeños que estén dentro de la relación

Los **Índices de Miller** se obtienen calculando las intersecciones (H, K, L), o número de traslaciones, con los tres ejes fundamentales del cristal. Posteriormente se invierten **(relacionan con la cara unidad que se caracteriza por el símbolo 111)** y se eliminan denominadores; o bien, se calculan los cocientes entre el producto de las tres intersecciones dividido entre cada una de las intersecciones: (H*K*L=N, N/H=***h***, N/K=***k***, N/L=***l***).

- Intersecciones: H=∞, K=∞, L=1 (Fig.4.17),
- Invertimos: 1/∞=0, 1/∞=0, 1/1=1, no existen denominadores
- **Índices de Miller: (001)**

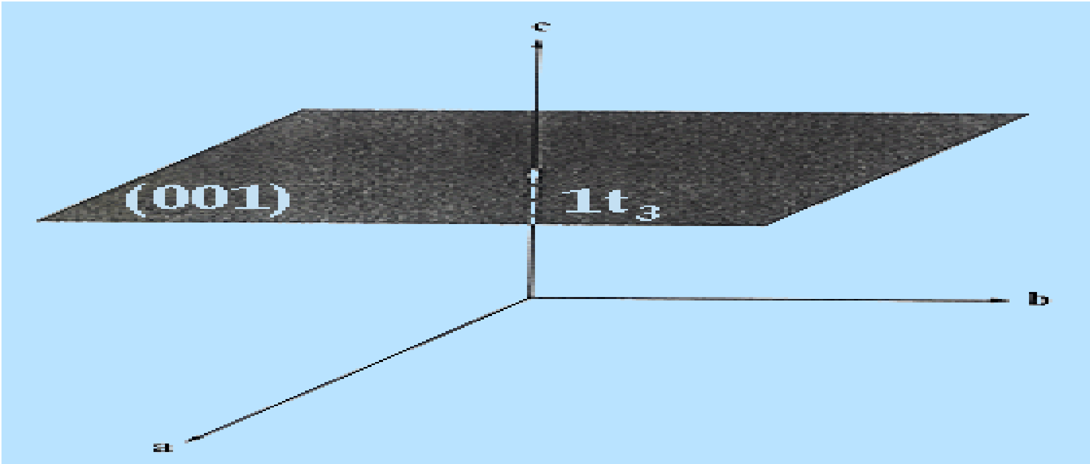

Figura 4.17. Índices de Miller para la cara con las intersecciones H=∞, K=∞, L=1

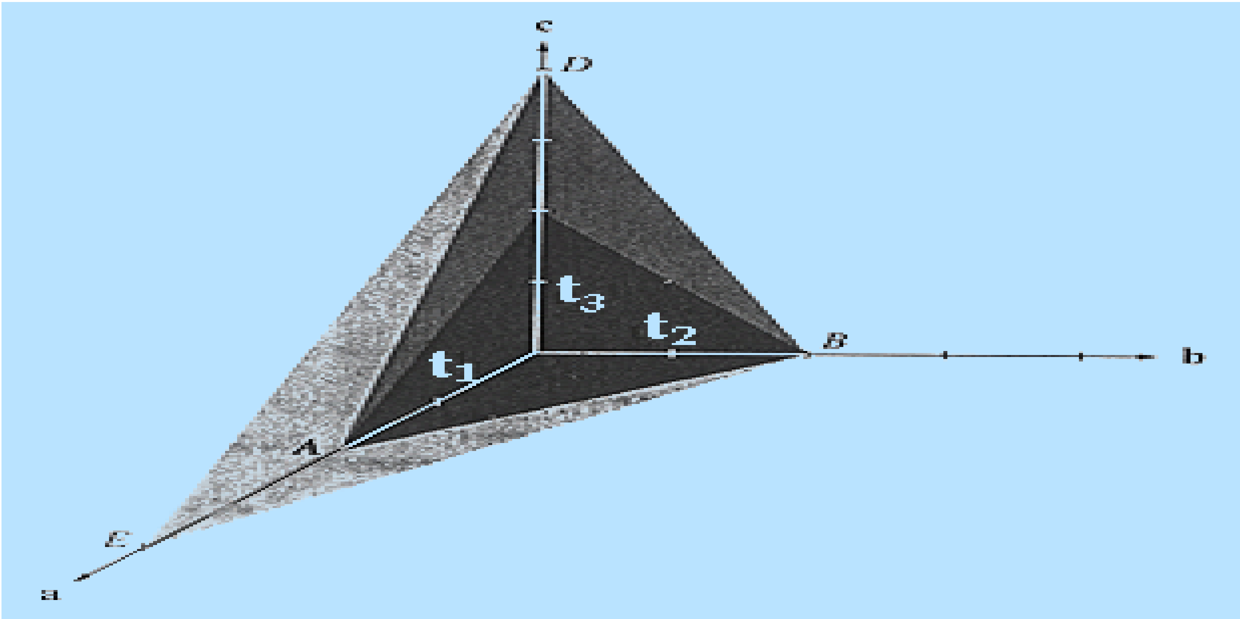

Figura 4.18. Índices de Miller de los planos ABD y EBD.

Veamos el cálculo de los índices de Miller para los planos ABD y EBD (Fig. 4.18). En este caso hay que realizar los siguientes pasos:

1º. Deducir las intersecciones de cada cara o plano con los ejes cristalográficos a, b y c. Es decir, contar el número de traslaciones t1, t2 y t3 que ocupa el plano sobre los ejes **a, b** y **c**. La cara unidad tiene tres intersecciones: t1, t2, t3 (símbolo 111).

El plano ABD ocupa:

2t1 en el eje a, 2t2 en el eje b, y 4t3 en el eje c

El plano EBD ocupa:

4t1 en el eje a, 2t2 en el eje b, y 4t3 en el eje c

2º. Para calcular los índices de Miller de cada cara o plano, a partir de estas intersecciones, se invierten los valores (relacionan con la cara unidad que se caracteriza por el símbolo 111) y, si es necesario, se reducen las fracciones.

- El plano **ABD** corta a los ejes en 2, 2 y 4.
- Su inversión es: 1/2, 1/2, 1/4.
- Reducimos fracciones, quitando denominadores: 2/4, 2/4, 1/4. Sin denominadores queda 221
- Símbolo de Miller: (221)*

- El plano **EBD** corta a los ejes en 4, 2 y 4.
- Su inversión es: 1/4, 1/2, 1/4.
- Reducimos fracciones, quitando denominadores: 1/4, 2/4, 1/4. sin denominadores queda 121
- Símbolo de Miller: (121)*

* Este símbolo entre paréntesis (hkl) nombra el plano dado, mientras que entre corchetes {hkl} indica todos los planos homólogos que resultan de aplicar los elementos de simetría del cristal al

plano (hkl).

Como ejemplo de formas cerradas con diferente posición espacial de las caras están el octaedro (Fig. 4.19) y el cubo (Fig. 4.20). La denominación de las caras cristalinas se realiza, al igual que para los planos cristalinos, mediante los <u>Símbolos de Miller: octaedro {111}, cubo {100}.</u>

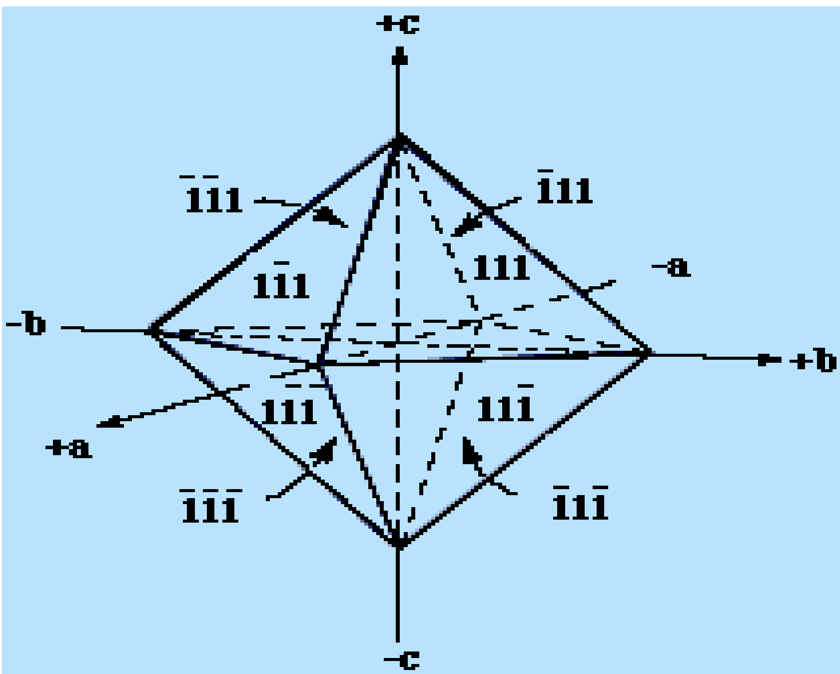

Figura 4.19. Índices de Miller de las caras del octaedro.

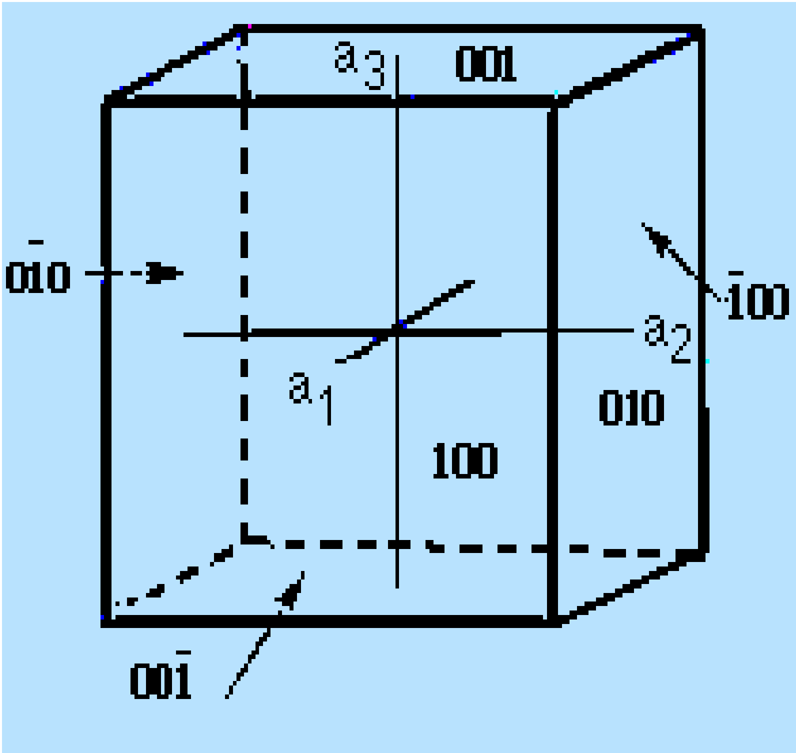

Figura 4.20. Índices de Miller de las caras del cubo.

Hemos mencionado anteriormente que una cara cristalina puede ser designada por un símbolo encerrado entre paréntesis tal como (hkl), (010) o (111). Los índices de Miller pueden también usarse como símbolos de las formas y se encierran entonces en corchetas tal como {hkl}, {010}, etc. Así, en la Figura 4.19. (111) se refiere a una cara específica; mientras que {111} abarca a las ocho caras del octaedro.

En cada clase cristalina hay una forma, cuyas caras cortan a todos los ejes cristalográficos a diferentes distancias; esta es la forma general {hkl}. Todas ñas otras formas que puedan estar presentes son formas especiales. Si una cara es paralela a uno de los ejes cristalográficos e interfecta a los otros dos, el símbolo general se escribiría (0kl), (h0l) y (hk0). Una cara paralela a dos de los ejes se considera que corta a una distancia unidad, y los índices serían (100), (010) y (001).

En las tablas 4.11-4.15 se dan las formas simples de todos los sistemas y clases de simetría con sus índices de Miller correspondientes (**la cifra entre paréntesis indica el número de caras de la forma correspondiente).**

Tabla 4. 11. Formas simples de los sistemas triclínico, monoclínico y rómbico

Simetría Símbolo	**Sistema triclínico**		**Sistema monoclínico**			**Sistema rómbico**		
	1	**C**	$\mathbf{L_2}$	**P**	$\mathbf{L_2PC}$	$\mathbf{3L_2}$	$\mathbf{L_22P}$	$\mathbf{3L_23PC}$
(hkl)	**Monoedro (1)**	**Pinacoide (2)**	**Domo (2)**	**Domo (2)**	**Prisma Rómbico (4)**	**Tetraedro Rómbico (4)**	**Pirámide rómbica (4)**	**Bipirámide Rómbica (8)**
(0kl)	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Domo**	**Domo**	**Prisma rómbico**	**Prisma rómbico**	**Domo**	**Prisma rómbico**
(h0l)	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Prisma rómbico**	**Domo**	**Prisma rómbico**
(hk0)	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Domo**	**Domo**	**Prisma rómbico**	**Prisma rómbico**	**Prisma rómbico**	**Prisma rómbico**
(100)	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Pinacoide**
(010)	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Pinacoide**
(001)	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Monoedro**	**Pinacoide**	**Pinacoide**	**Monoedro**	**Pinacoide**

Tabla 4.12. Formas simples del sistema tetragonal

Simetría Símbolo	L_4	$L_4 4L_2$	L_4PC	$L_4 4P$	$L_4 4L_2 5PC$	Li_4	$Li_4 2L_2 2P$
hkl	Pirámide tetragonal (4)	Trapezoedro tetragonal (8)	Bipirámide tetragonal (8)	Pirámide ditetragonal (8)	Bipirámide ditetragonal (16)	Esfenoedro tetragonal (4)	Escalenoedro tetragonal (8)
hhl	Pirámide tetragonal (4)	Bipirámide tetragonal (8)	Bipirámide tetragonal (8)	Pirámide tetragonal (4)	Bipirámide tetragonal (8)	Esfenoedro tetragonal (4)	Esfenoedro tetragonal (4)
h0l	Pirámide tetragonal (4)	Bipirámide tetragonal (8)	Bipirámide tetragonal (8)	Pirámide tetragonal (4)	Bipirámide tetragonal (8)	Esfenoedro tetragonal (4)	Bipirámide tetragonal (8)
hk0	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)
110	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)
100	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)	Prisma tetragonal (4)
001	Monoedro (1)	Pinacoide (2)	Pinacoide (2)	Monoedro (1)	Pinacoide (2)	Pinacoide (2)	Pinacoide (2)

Tabla 4.13. Formas simples del sistema trigonal

Simetría Símbolo	L_3	$L_3 3L_2$	$L_3 3P$	$L_3 C$	$L_3 3L_2 4PC$
hikl	**Pirámide trigonal (3)**	**Trapezoedro trigonal (6)**	**Pirámide ditrigonal (6)**	**Romboedro (6)**	**Escalenoedro ditrigonal (12)**
$h0\bar{h}l$	**Pirámide trigonal (3)**	**Romboedro (6)**	**Pirámide trigonal (3)**	**Romboedro (6)**	**Rombooedro (6)**
$hh\bar{2h}l$	**Pirámide trigonal (3)**	**Bipirámide trigonal (6)**	**Pirámide hexagonal (6)**	**Romboedro (6)**	**Bipirámide hexagonal (12)**
hik0	**Prisma trigonal (3)**	**Prisma ditrigonal (6)**	**Prisma ditrigonal (6)**	**Prisma hexagonal (6)**	**Prisma dihexagonal (12)**
$10\bar{1}0$	**Prisma trigonal (3)**	**Prisma hexagonal (6)**	**Prisma trigonal (3)**	**Prisma hexagonal (6)**	**Prisma hexagonal (6)**
$11\bar{2}0$	**Prisma trigonal (3)**	**Prisma trigonal (3)**	**Prisma hexagonal (6)**	**Prisma hexagonal (6)**	**Prisma hexagonal (6)**
0001	**Monoedro (1)**	**Pinacoide (2)**	**Monoedro (1)**	**Pinacoide (2)**	**Pinacoide (2)**

Tabla 4.14. Formas simples del sistema hexagonal

Simetría Símbolo	L_6	$L_6 6L_2$	L_6PC	$L_6 6P$	$L_6 6L_2 7PC$	Li_6 (L_3P)	$L_3 3L_2 4P$
hikl	Pirámide hexagonal (6)	Trapezoedro hexagonal (12)	Bipirámide hexagonal (12)	Pirámide dihexagonal (12)	Bipirámide dihexagonal (24)	Bipirámide trigonal (6)	Bipirámide ditrigonal (12)
$h0\bar{h}l$	Pirámide hexagonal (6)	Bipirámide hexagonal (12)	Bipirámide hexagonal (12)	Pirámide hexagonal (6)	Bipirámide hexagonal (12)	Bipirámide trigonal (6)	Bipirámide hexagonal (12)
$hh\bar{2h}l$	Pirámide hexagonal (6)	Bipirámide hexagonal (12)	Bipirámide hexagonal (12)	Pirámide hexagonal (6)	Bipirámide hexagonal (12)	Bipirámide trigonal (6)	Bipirámide trigonal (6)
hik0	Prisma hexagonal (6)	Prisma dihexagonal (12)	Prisma hexagonal (6)	Prisma dihexagonal (12)	Prisma dihexagonal (12)	Prisma trigonal (3)	Prisma ditrigonal (6)
$10\bar{1}0$	Prisma hexagonal (6)	Prisma Hexagonal (6)	Prisma hexagonal (6)	Prisma hexagonal (6)	Prisma hexagonal (6)	Prisma trigonal (3)	Prisma hexagonal (6)
$11\bar{2}0$	Prisma hexagonal (6)	Prisma hexagonal (6)	Prisma hexagonal (6)	Prisma hexagonal (6)	Prisma hexagonal (6)	Prisma trigonal (3)	Prisma trigonal (3)
0001	Monoedro (1)	Pinacoide (2)	Pinacoide (2)	Monoedro (1)	Pinacoide (2)	Pinacoide (2)	Pinacoide (2)

Tabla 4.15. Formas simples del sistema cúbico

Simetría Símbolo	$4L_3\ 3L_2$	$4L_3 3L_2 3PC$	$4L_3 3L_2 6P$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 9PC$
hkl	**Triaquis tetraedro pentagonal (Tetartoedro) (12)**	**Diploedro (24)**	**Hexaquis tetraedro (24)**	**Giroedro (Triaquis octaedro pentagonal) (24)**	**Hexaquis octaedro (48)**
hhl	**Triaquis tetraedro trapezoidal (12)**	**Triaquis octaedro triangular (24)**	**Triaquis tetraedro trapezoidal (12)**	**Triaquis octaedro triangular (24)**	**Triaquis octaedro triangular (24)**
hkk	**Triaquis tetraedro (12)**	**Trapezoedro (24)**	**Triaquis tetraedro (12)**	**Trapezoedro (24)**	**Trapezoedro (24)**
111	**Tetraedro (4)**	**Octaedro (8)**	**Tetraedro (4)**	**Octaedro (8)**	**Octaedro (8)**
hk0	**Dodecaedro pentagonal (12)**	**Dodecaedro pentagonal (12)**	**Tetraquis hexaedro (24)**	**Tetraquis hexaedro (24)**	**Tetraquis hexaedro (24)**
110	**Rombo dodecaedro (12)**	**Rombo dodecaedro (12)**	**Rombo dodecaedro (12)**	**Rombo dodecaedro (12)**	**Rombo dodecaedro (12)**
100	**Cubo (hexaedro) (6)**	**Cubo (hexaedro) (6)**	**Cubo (hexaedro) (6)**	**Cubo (hexaedro) (6)**	**Cubo (hexaedro) (6)**